COMITÉ NACIONAL ESPAÑOL DE GRANDES PRESAS

TEOREMA GENERAL DE ESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS Y SU APLICACIÓN A LA SEGURIDAD DE PRESAS ESPAÑOLA

José Pérez Sánchez 1

RESUMEN: Se demuestra un teorema general de estabilidad de estructuras, determinando la función que liga el coeficiente de seguridad estático con el coeficiente de seguridad a todas las acciones (incluso las sísmicas), lo que permite de forma sencilla determinar la seguridad de estructuras en zonas sísmicas. Dándose parámetros concretos para presas de materiales sueltos homogéneas, precisándose valores procedentes de BACK ANALYS para las de materiales sueltos con manto de escollera así como para las de hormigón que pueden obtenerse de las 300 dañadas por el terremoto de SICHUAN.

[1] ICCP8786 DGPT (CEPADE/UPM). Urbanista

1. ANTECEDENTES

Durante los años que estuve trabajando como ingeniero consultor de carreteras advertí que la inexistencia simultanea de normativa y de métodos sencillos fiables para el cálculo de taludes a la acción sísmica, hacía que esta no se tuviese muchas veces en cuenta ,lo que me animó a investigar que forma tendría la expresión general del factor de seguridad a sismo de cualquier talud, encontrándola mediante la intuición.

Tras intentar demostrarla mediante métodos variacionales sin éxito(habida cuenta de que se trata de un problema de fronteras móviles que solo en algunos casos particulares se llega a encontrar una solución haciendo simplificaciones como hacen Castillo y sus doctorandos Revilla y Luceño de la Universidad de Santander),ataqué su demostración mediante métodos de análisis elemental encontrando gracias al texto “Análisis y Geometría Diferencial” de A. Doneddu la forma de demostrar la veracidad de la referida expresión, transformando así una fórmula intuitiva en un Teorema de la mecánica de suelos(metodología habitual en matemática aplicada: transformar un problema muy complejo en otro más sencillo).

Posteriormente entendí que era generalizable de forma sencilla a las estructuras masivas como las presas de tierra y hormigón.

2. OBJETO

El objeto de la presentación es tras haber sido capaz de convertir en científico(o sea transmisible) parte de mi arte (de difícil transmisión) mecánico, ponerlo en conocimiento de mis colegas profesionales, para que les sea más fácil el análisis de estructuras.

3.-TEOREMA INGENIERIL PARA EL CASO DE QUE TODAS LAS ACCIONES DINÁMICAS SE CARACTERIZEN POR UNA ACELERACIÓN HORIZONTAL

Supongamos una estructura de cualquier material cuyo factor de seguridad pueda expresarse como el cociente de dos funciones, una que represente la resistencia del mismo a la rotura que llamaremos “R”,y otra que represente la tendencia del mismo a la rotura que llamaremos ”D”, si están determinados los parámetros mecánicos , las cargas gravitatorias y el resto de cargas estáticas y dinámicas excepto las sísmicas, quedando como variable la acción sísmica caracterizada por la aceleración horizontal $Ah=\lambda hg$ (g=aceleración de la gravedad),en tal caso:

“El factor de seguridad a la rotura de una estructura de cualquier material para una combinación de acciones donde la acción dinámica sísmica se caracteriza por λh (y que llamaremos F (λh) que dependerá únicamente de λh

tras sustituir todos los valores de los parámetros mecánicos y geométricos que suponemos conocidos), se puede expresar como:

$$F(\lambda h)=\frac{F(0)+\varepsilon r(\lambda h)}{1+a\lambda h+\varepsilon d(\lambda h)};$$

Donde F (0)=Factor de seguridad en ausencia de acciones dinámicas.

Y $\lim_{\lambda h\to 0} \varepsilon r(\lambda h) = \lim_{\lambda h\to 0} \varepsilon d(\lambda h) = 0$

a=parámetro que depende de los parámetros mecánicos y de la geometría del problema”

Demostración.-Partimos de que $F(\lambda h)=\frac{R(\lambda h)}{D(\lambda h)}$;

donde como es habitual en la mecánica de medios continuos supondremos que tanto R como D pertenecen al conjunto Δm(Î, IR), o sea son continuamente derivables en al menos un entorno cerrado Î de λh=0,cumpliendo las condiciones del teorema del desarrollo de Taylor, por lo que ambas admiten los siguientes desarrollos:

$$R(\lambda h)=R(0)+\lambda hR'(0)/1!+\ldots\ldots\ldots+\lambda h^{m-1}\,R^{(m-1)}(0)/(m-1)!+\lambda h^{m}\,R^{(m)}(0)/m!+\lambda h^{m+1}\,[R^{(m+1)}(0)+\varepsilon r(\lambda h)]/(m+1)!$$

$$D(\lambda h)=D(0)+\lambda hD'(0)/1!+\ldots\ldots\ldots+\lambda h^{m}\,D^{(m)}(0)/m!+\lambda h^{m+1}\,[D^{(m+1)}(0)+\varepsilon d(\lambda h)]/(m+1)!$$

Con $\lim_{\lambda h\to 0} \varepsilon r(\lambda h) = \lim_{\lambda h\to 0} \varepsilon d(\lambda h) = 0$

Si como es habitual en ingeniería depreciamos los restos de Young frente a los desarrollos polinómicos, el coeficiente de seguridad es una fracción polinómica. Por consideraciones de tipo físico $\lim_{\lambda h\to\infty} F(\lambda h)=0$,

ya que en caso de un sismo con aceleración no acotada (colisión de un astro con la tierra),la inestabilidad será creciente, tendiendo el coeficiente de seguridad de toda estructura (artificial o natural) a cero, por lo que el denominador debe ser de grado mayor que el numerador, de otro lado como es obvio lim F(λh)=F(0) cuando λh→0

La función más sencilla que cumple las condiciones anteriores es

$$F(\lambda h)=\frac{F(0)}{F(0)+\varepsilon r(\lambda h)}$$

siendo la función exacta $F(\lambda h)=\dfrac{1+a\lambda h}{1+a\lambda h+\varepsilon d(\lambda h)}$; como queríamos probar.

Aplicación al caso de taludes de materiales homogéneos con rotura circular.-En el caso de roturas circulares se está del lado de la seguridad empleando un valor de a=3.5 como evidenciaremos en el apartado 7, además como se puede comprobar el coeficiente de seguridad es escasamente sensible a las variaciones de "a".

4.-GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA ANTERIOR AL CASO DE QUE LAS ACCIONES SÍSMICAS SE CARACTERIZEN POR UNA ACELERACIÓN DE DIRECCIÓN Y SENTIDO CUALESQUIERA

El teorema anterior se puede generalizar con enunciado:"El factor de seguridad a la rotura de una estructura de cualquier material sometido a acciones cualesquiera, de tal forma que la resultante de las acciones dinámicas sísmicas esté caracterizada por una aceleración cuyas componentes horizontal y vertical sean :

Horizontal : $Ah=\lambda hg$; Vertical : $Ah=\lambda vg$,se puede expresar como:

$$F(\lambda h,\lambda v)=\frac{F(0,0)+\varepsilon r(\lambda h,\lambda v)}{1+a\lambda h+b\lambda v+\varepsilon d(\lambda h,\lambda v)}$$

Donde "a" y "b" dependen de los parámetros mecánicos y de la geometría de la posible rotura y las funciones ε tienden a cero cuando las aceleraciones tienden a cero"

Aplicación al caso de roturas circulares en suelos.-En el caso de roturas circulares el coeficiente de seguridad se puede expresar como:

$$F(\lambda h,\lambda v)=\frac{F(0,0)}{1+a\lambda h+b\lambda v}$$;donde se pueden tomar los valores a=3.5 y b=1

5. COMPROBACIÓN DEL TEOREMA

En las paginas comprendidas entre la 77 y la 84 del texto “Mejoramiento de suelos por precarga” de Kotzias y Stamatopoulos (Edita Limusa) se puede comprobar mi teorema para el caso de suelos con los ejemplos allí resueltos y ver que mi fórmula da valores sensiblemente iguales al método de Sarma (ASCE. Vol.105. nº 2,12/1979) siendo superior a los clásicos como Fellenius.

6. CONCLUSIÓN

El método presentado tiene unos sólidos fundamentos matemáticos y es sencillo de aplicar para cálculos rápidos, pudiéndose emplear para comprobar salidas de ordenador dudosas, control de visado colegial, ordenación del territorio(laderas inestables), incluso pienso que dado que es superior a los clásicos ,se debería aplicar si no se dispone de algún programa de elementos de elementos finitos y aún disponiéndolo se debería usar para comprobación

De otro lado si se consiguen datos para un BACK ANALYS a partir de las 300 presas dañadas de SICHUAN se pueden determinar los parámetros “a” y “b” para el caso de presas de materiales sueltos no homogéneas y de fábrica por lo que animo al Comité nacional español de grandes presas a ponerse en contacto con la autoridades y las organizaciones de ingenieros civiles chinos pues abriríamos la puerta a una nueva teoría de la SEGURIDAD en presas.